Així

$$\frac{p}{q} = \frac{1}{b_1} + \frac{1}{b_1} \cdot \frac{r_1}{q}.$$

Òbviament $b_1 > k + 1$. Tornem a aplicar l'algorisme a r_1/q i obtenim b_2 i així successivament fins a arribar a $r_1 = 0$ que ens proporciona b_r. (El desenvolupament d'un nombre real d'aquesta manera s'anomena expansió en sèrie d'Engel).

Altres idees: L'Anna Pol i l'Esteve Cases, a més de l'Edgar Gneto, que va proposar el problema, han aportat solucions.

A29. Si n és un enter positiu, definim

$$r(n) = \left[\frac{n}{2}\right] + \left[\frac{n}{3}\right] + \left[\frac{n}{4}\right] + \cdots + \left[\frac{n}{n}\right],$$

on $[x]$ denota la part entera de x. Trobeu els n pels quals $r(n) + 1 = r(n + 1)$.

Solució: (Esteve Cases de Barcelona).

Si $r(n) + 1 = r(n + 1)$ llavors s'ha de verificar:

$$\left(\left[\frac{n+1}{2}\right] - \left[\frac{n}{2}\right]\right) + \left(\left[\frac{n+1}{3}\right] - \left[\frac{n}{3}\right]\right) + \cdots + \left(\left[\frac{n+1}{n}\right] - \left[\frac{n}{n}\right]\right) + = 0.$$

Cada un dels sumands anteriors és més gran o igual que 0, per tant, la suma només pot ser 0 si tots són 0. Però és immediat de veure que

$$\left([fracn + 1m] - \left[\frac{n}{m}\right]\right) = 1 \Leftrightarrow n + 1 = \dot{m}.$$

En conseqüencia, per a $m = 2, \ldots, n$ s'ha de complir $n + 1 \neq \dot{m}$, o sigui que $n + 1$ ha de ser primer.

Altres idees: L'Anna Pol, a més de l'Edgar Gneto, que va proposar el problema, ha aportat la solució.

Pelegrí Viader
Universitat Pompeu Fabra

Tesis

- M. Rosa Massa Esteve va llegir la seva tesi, dirigida per Antoni Malet i tutorada per Albert Dou, titulada *Estudis matemàtics de Pietro Mengoli (1625-1686): Taules triangulars i quasi proporcions com a desenvolupament de l'àlgebra de Viète*, el dia 26 de juny de 1998. La tesi correspon al Departament de Matemàtiques de la Universitat Autònoma de Barcelona.

L'obra del matemàtic bolonyès Pietro Mengoli, deixeble de Cavalieri (1598-1647), ha estat poc estudiada. Els pocs estudis fets de les matemàtiques de Mengoli són merament descriptius, no donen tots els resultats, alguns els donen molt simplificats, en notació actual, i sense analitzar el procés de desenvolupament ni el pensament global de l'autor. La present tesi tracta una part significativa de la seva obra matemàtica amb dos objectius principals: d'una banda, aporta a la història de les matemàtiques un coneixement més profund dels conceptes matemàtics que Mengoli va utilitzar i, de l'altra, estudia el procés d'articulació de l'àlgebra amb la geometria que té lloc el segle disset des de la perspectiva de les seves contribucions.

Pel que fa al primer objectiu, la tesi mostra que Mengoli fa un recorregut molt extens per diferents camps matemàtics, però els seus resultats, encara que a diferents obres, queden tots lligats per la idea global de calcular quadratures de les formes $y^p = kx^n(1 - x)^m$ i, en particular, la quadratura del cercle. Hi podem trobar molts resultats importants que no havien estat assenyalats a les investigacions anteriors, com ara la construcció dels sumatoris, les taules triangulars de sumatoris, la demostració i obtenció de la regla per trobar la suma de potències, la idea de variable totalment explicitada per Mengoli, els càlculs de les quasi proporcions, els càlculs amb l'infinitament gran i l'infinitament petit, la construcció de les taules de quadratures, les quadratures d'expressions amb exponents racionals, els càlculs de les fitacions amb productes infinits i la computació del nombre π.

Pel que fa al segon objectiu, aclarir la conjunció de l'àlgebra i la geometria dins les matemàtiques de Mengoli, la tesi mostra que utilitza les lletres i els símbols per construir els sumatoris, les taules triangulars, les quasi proporcions i les figures que vol quadrar. Les lletres

representen nombres indeterminats, que poden prendre infinits valors, però determinables; és a dir, es pot trobar el seu valor mitjançant la relació que expressen, tot assignant un nombre. Pel que fa als símbols, Mengoli representa les potències amb nombres i els productes posant les lletres una al costat de l'altra. En la seva aplicació a la geometria Mengoli s'esforça a explicar que les expressions algebraiques que defineix representen les figures. El lligam que estableix Mengoli entre l'àlgebra i la geometria és la teoria de proporcions. Per aplicar-ho construeix el seu sistema de coordenades i descriu les abscisses a través de les ordenades fent mitjanes i terceres proporcionals. A més Mengoli col·loca aquestes expressions en taules triangulars de manera que pot trobar alhora infinites quadratures i no li cal fer cada vegada la quadratura d'una corba per trobar una regla que li permeti generalitzar. Mengoli és un bon exemple dels matemàtics del segle XVII que estan en la línia de considerar l'àlgebra un complement de la geometria i no dues disciplines enfrontades.

Les matemàtiques del segle XVII evolucionen a partir de la interacció de tres forces fonamentals: 1) el llegat matemàtic clàssic, exemplificat per les obres d'Euclides i Arquimedes; 2) l'aparició de l'àlgebra i la seva aplicació a la geometria i 3) la revolució *infinitista*, és a dir, l'extensió del domini propi de les matemàtiques a l'ús d'algoritmes infinits. La tesi mostra la interacció dins del pensament de Mengoli d'aquests factors de desenvolupament proporcionant una anàlisi contextual que aclareix no només la dinàmica interna de les teories proposades per Mengoli, sinó també el sistema de pensament que origina aquestes teories. La reconstrucció d'aquesta part de les matemàtiques de Mengoli dóna una consistència interna a la seva obra que fins ara es presentava fragmentada i incompleta. Mengoli fa una aplicació molt rigorosa del llenguatge algebraic sobretot en l'aspecte formal; això li comporta una complicació molt gran de símbols i d'escriptura. Tanmateix la tesi aconsegueix explicar les tècniques i els resultats de Mengoli amb els seus propis termes tot reconstruint el pensament matemàtic d'un matemàtic heterodox que va prendre un camí diferent del de qualsevol dels seus contemporanis.

- José Antonio Raposo (†) va llegir la seva tesi, dirigida per María Jesús Carro Rossell i F. Javier Soria de Diego, titulada *Acotación de operadores maximales en análisis armónico*, el dia 26 de juny de 1998. La tesi correspon al Departament de Matemàtica Aplicada i Anàlisi de la Universitat de Barcelona.

El resultat principal d'aquesta memòria és la caracterització de fitació dèbil de l'operador maximal de Hardy-Littlewood en els espais de Lorentz amb pesos, definits com mesures arbitràries (no necessàriament doblants). La demostració està basada en el desenvolupament de noves tècniques de fitació associades a restriccions a la classe de funcions característiques, així com en un estudi concís de propietats funcionals d'aquests espais. En particular s'obtenen resultats originals en el cas d'espais de mesura discrets.

- Moira Chas va llegir la seva tesi, dirigida per Lluís Alsedà i Warren Dicks, titulada *Períodes mínims d'homeomorfismes de superfícies orientables*, el dia 30 de juny de 1998. La tesi correspon al Departament de Matemàtiques de la Universitat Autònoma de Barcelona.

Un dels principals problemes de la teoria de sistemes dinàmics és la determinació de l'existència d'òrbites periòdiques d'una funció d'un espai en ell mateix, i més generalment, de l'estructura del conjunt de períodes. Donada una classe de funcions d'un espai en ell mateix es defineix el període mínim d'aquesta classe com el mínim enter positiu amb la propietat que cada funció de la classe té un punt periòdic de període menor o igual a aquest nombre.

En el cas de superfícies tancades, el problema de la determinació dels períodes mínims d'homeomorfismes ha estat completament resolt, en diverses etapes entre 1910 i 1996. L'ob-

jectiu del nostre treball és determinar el període mínim de la classe d'homeomorfismes de les superfícies compactes, connexes i orientables amb frontera.

Si el gènere de la superfície considerada és 0 o 1, el problema es pot resoldre emprant tècniques senzilles. Almenys per al cas de gènere 2 hem trobat dues fites superiors per als períodes mínims que es poden expressar com una funció lineal del gènere i el nombre de components frontera de la superfície. Donem també condicions suficients sota les quals aquestes fites superiors es realitzen. En particular, provem que el període mínim es torna constant a partir d'un cert nombre de components connexos de la frontera. També estudiem el període mínim de les classes d'homeomorfismes d'ordre finit.

Aquesta tesi consta de tres branques relacionades entre si. La primera branca utilitza la teoria del punt fix. La segona empra la classificació d'homeomorfismes de superfícies de Nielsen-Thurston i algunes de les seves conseqüències. Finalment, la tercera està relacionada amb la teoria de grups planaris discontinus i és la que ens proporciona les eines necessàries per a la construcció d'exemples que proven l'existència de fites inferiors dels períodes mínims.

- Joan Torregrosa Arús va llegir la seva tesi, dirigida per Armengol Gasull Embid, titulada *Punts singulars i òrbites periòdiques per a camps vectorials*, el dia 2 de juliol de 1998. La tesi correspon al Departament de Matemàtiques de la Universitat Autònoma de Barcelona.

A la teoria qualitativa de les equacions diferencials al pla, conèixer el nombre de cicles límit que té una família concreta és des dels treballs de H. Poincaré un problema obert. En aquesta memòria s'estudien, principalment, possibles respostes per a les dues preguntes següents: Quants cicles límit es poden obtenir de l'origen per bifurcació degenerada de Hopf, si l'origen és un punt crític de tipus monodròmic? Quants cicles límit s'obtenen per pertorbació del hamiltonià $H = \frac{1}{2}(x^2 + y^2)$?

El capítol 1 està dedicat a l'estudi del problema centre-focus, és a dir, com obtenir condicions necessàries per a garantir que l'origen és un centre o un focus. A. M. Liapunov prova que l'aplicació de retorn permet estudiar l'estabilitat de l'origen a partir del signe del primer coeficient no nul d'aquesta. Introduint així les constants de Liapunov. J. P. Françoise, l'any 1996, dóna un algorisme per a calcular el primer coeficient no nul de l'aplicació de retorn per un sistema que és una pertorbació del centre lineal. En aquest capítol, donem una generalització d'aquest resultat, en el cas en què la pertorbació és analítica respecte al paràmetre, que usem per tal d'obtenir un nou algorisme que permet calcular les constants de Liapunov. Aquest ens permet estudiar el problema centre-focus per a algunes famílies concretes.

Al capítol 2, es tracta el problema de la relació entre el nombre de cicles límit que presenten els dos problemes plantejats. En particular es calcula el nombre de cicles límit que les bifurquen de les corbes de nivell del hamiltonià en el cas de la família de Liénard. També es prova que sota certes hipòtesis el nombre de cicles límit que s'obtenen per ambdós problemes és el mateix en el cas d'una família homogènia. Finalment, es plantegen els problemes que hom troba per a garantir quin és el nombre de cicles límit, que apareixen de l'origen per bifurcació de Hopf, és a dir, la ciclicitat de l'origen i el nombre de constants de Liapunov necessàries per a caracteritzar els centres d'una equació, i si aquest nombre és o no el mateix que el que apareix en el cas de pertorbació del centre lineal.

El capítol 3 està dedicat a l'estudi de l'aplicació de retorn del problema pertorbat, i s'usa per a obtenir la forma de les òrbites periòdiques en funció del paràmetre. Com exemple s'aplica per a donar la forma que té el cicle límit de l'equació de Van der Pol, es dóna un exemple de bifurcació doble per a una equació de Liénard i, a més, s'aplica a l'obtenció de l'aplicació de retorn per a un sistema analític a trossos i a fi de caracteritzar els centres que poden tenir algunes famílies.

Al capítol 4, es generalitza un conegut resultat que caracteritza els centres d'una equació de Liénard al cas degenerat. Aquest resultat s'aplica a la caracterització dels centres en el

cas de funcions polinomials, i per a un conjunt de famílies quasihomogènies, per a les quals els mètodes descrits al capítol 1 només aconsegueixen donar condicions necessàries de centre.

Al capítol 5, s'estudia l'ordre màxim de degeneració que pot tenir l'origen, com a focus dèbil, de l'equació de Liénard. A partir d'un treball recent de C. J. Christopher i N. G. Lloyd, el càlcul d'aquest ordre es redueix al càlcul de la multiplicitat a l'origen d'una aplicació. També es milloren les fites conegudes per a aquest màxim ordre, i a més es veu que, en exemples concrets, aquests mètodes són més senzills i ràpids d'usar que calcular les constants de Liapunov. També en aquest capítol, generalitzem els resultats al cas en què l'origen és degenerat.

Al capítol 6, s'estudia la relació entre la multiplicitat d'una aplicació $f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^n$ en una singularitat i l'índex d'aquest punt. En particular, es veu que una desigualtat donada per D. Eisenbud i H. Levine és òptima per a $n = 2$ i no ho és per a $n \geq 2$. Finalment, es dóna una manera de calcular la suma de tots els índexs dels punts crítics d'una aplicació de $\mathbb{R}^n$ a $\mathbb{R}^n$.

- Santiago Boza Rocho va llegir la seva tesi, dirigida per María Jesús Carro Rossell, titulada *Espacios de Hardy discretos y acotación de operadores*, el dia 18 de setembre de 1998. La tesi correspon al Departament de Matemàtica Aplicada i Anàlisi de la Universitat de Barcelona.

Diverses caracteritzacions dels espais de Hardy a $\mathbb{R}^N$ poden establir-se com a equivalents: mitjançant funcions maximals, funcions d'àrea, en termes de l'acotació d'operadors integrals singulars o de descomposicions atòmiques. Als conjunts $\mathbb{Z}^N$ aquest esquema d'equivalències pot reproduir-se. Això ens permet mitjançant l'ús de tècniques de mostreig per funcions de tipus exponencial establir resultats que relacionen operadors de convolució sobre els espais $H^p(\mathbb{R}^N)$ amb els corresponents operadors discrets definits sobre els espais de Hardy $H^p(\mathbb{Z}^N)$.

- M. Montserrat Vela del Olmo va llegir la seva tesi, dirigida per Teresa Crespo Vicente, titulada *Algebras $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$-graduadas y problema de inmersión galoisiana*, el dia 18 de setembre de 1998. La tesi correspon al Departament d'Àlgebra i Geometria de la Universitat de Barcelona.

L'objecte de la memòria és l'estudi de problemes d'immersió galoisiana amb nucli cíclic. Al llarg de la història s'han estudiat essencialment problemes d'immersió galoisiana amb nucli $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$. Nosaltres estudiem problemes d'immersió donats per una extensió central amb nucli $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ ($2 \leq n \in \mathbb{Z}$) sobre un cos K amb $carK \nmid n$ i que conté les arrels n-èsimes de la unitat. Donem, en alguns casos, una expressió de l'obstrucció a la resolubilitat del problema i obtenim un mètode de construcció de les solucions en el cas que siguin resolubles.

L'objectiu del capítol 1 és l'estudi de les àlgebres simples centrals $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$-graduades. Obtenim teoremes d'estructura en el cas parell i en el cas senar i definim i estudiem el gènere d'una àlgebra simple central $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$-graduada i el seu invariant de Brauer.

En el capítol 2 fem una generalització de les àlgebres de Clifford clàssiques. Estudiem llurs propietats i estructura a partir dels resultats del capítol anterior. D'especial interès són la definició i l'estudi de la norma d'una àlgebra de Clifford generalitzada i la noció de norma admissible.

El capítol 3 està dedicat a les representacions d'un grup profinit en el grup d'automorfismes d'una àlgebra de Clifford generalitzada. A partir d'una representació, definim i estudiem diferentes classes de cohomologia i l'àlgebra modificada. Donem la fórmula que ens relaciona els invariants de Brauer de l'àlgebra de la representació i la modificada amb les classes de cohomologia definides i que és la base del càlcul posterior de l'obstrucció als problemes d'immersió proposats.

Dediquem el capítol 4 al càlcul de l'obstrucció a problemes d'immersió plantejats a partir de successions $0 \to \mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \to E \to \mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \times \cdots \times \mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \to 0$. Calculem l'obstrucció com a su-

ma de símbols galoisians buscant representacions escaients del grup de Galois i aplicant la fórmula del capítol 3.

Al capítol 5 construïm explícitament les solucions de problemes d'immersió resolubles. Donem condicions equivalents a la resolubilitat del problema d'immersió i fem la construcció teòrica de la solució. Obtenim la solució adjuntant l'arrel n-èsima d'un element γ calculat explícitament. Fem els càlculs explícits per exemples donats per les successions exactes

$$1 \to \mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \to \mathbb{Z}/n^2\mathbb{Z} \to \mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \to 1$$

$$1 \to \mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \to E \to \mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \to 1.$$

Els apèndixs contenen el **paquet Clifford** per a *Mathematica*, amb totes les funcions que hem programat per al càlcul explícit de les solucions als problemes plantejats. Aquestes funcions permeten realitzar els càlculs per a qualsevol valor de n. Contenen també les taules amb els resultats obtinguts a partir d'aquestes funcions. La memòria incorpora un disquet amb els *notebooks* en els quals hem realitzat els càlculs anteriors, que es poden revisar interactivament.

- Francesc Vilamajó Capdevila va llegir la seva tesi, dirigida per Álvaro Rovella, titulada *Dinámica global para familias de endomorfismos C^2 en dimensión mayor que uno* el dia 18 de setembre de 1998. La tesi correspon al Departament de Matemàtiques de la Universitat Autònoma de Barcelona.

La tesi consta de dos treballs independents. En el primer s'estudia la dinàmica de famílies contínues d'endomorfismes diferenciables de $\mathbb{R}^n$. L'objectiu és imposar certes condicions que permetin arribar a resultats globals, com ara la descripció completa del conjunt de punts no errants i la hiperbolicitat de l'endomorfisme.

Una de les hipòtesis que s'utilitzaran per restringir l'univers a considerar és el retard. Un endomorfisme amb retard a $\mathbb{R}^n$ està donat per una única funció $f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}$ i té la forma

$$(x_1, \cdots, x_n) \to (x_2, \cdots x_n, f(x_1, \cdots, x_n))$$

Junt amb l'interès d'estudiar els endomorfismes amb retard, la principal motivació per a aquest treball és purament teòrica i consisteix a buscar hipòtesis que permetin generalitzar a contextos més amplis parts de la teoria de dinàmica unidimensional real i complexa.

El primer resultat consisteix en la generalització a endomorfismes amb retard convexos (és a dir aquells tals que la funció que els determina és convexa) i a qualsevol dimensió el següent resultat conegut: Si una funció $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ no té punts fixos, llavors tots els punts tenen omega-límit buit.

A continuació es dóna una descripció global de la dinàmica d'un endomorfisme convex sota certes condicions que defineixen un obert a l'espai d'endomorfismes amb retard amb la topologia de Whitney. Es demostra que per a μ prou gran, l'endomorfisme amb retard $F_\mu(x, y) = (y, f(x, y) + \mu)$ té l'infinit com atractor amb conca B_{infty} densa: el seu complement és homeomorf al producte cartesià d'un cercle amb un conjunt de Cantor unidimensional.

Finalment, culminant la descripció dinàmica, s'obté que el conjunt de punts no errants $\Omega(F_\mu)$ és la intersecció de les imatges per F_μ de $\mathbb{R}^2 \setminus B_\infty$, i que F_μ restringida a $\Omega(F_\mu)$ és hiperbòlic conjugat a un *horseshoe*.

En el segon treball es busquen resultats semblants però fora del context dels endomorfismes amb retard. Definim el conjunt de Maldelbrot $\mathcal{M}_f^\nu$ de l'endomorfisme f de $\{mathbbR^n$ en la direcció del vector ν de $\mathbb{R}^n$ com el complement a $\mathbb{R}$ de

$$\mathcal{N}_f^\nu = \{\mu \in \mathbb{R}; f + \mu\nu \in \mathcal{H}\}$$

on $\mathcal{H}$ és la unió del conjunt d'endomorfismes f que tenen $\Omega(f)$ buit, amb el conjunt $\mathcal{H}_0$ d'endomorfismes tals que ∞ és punt fix atractor, el conjunt dels seus punts no errants és homeomorf a un conjunt de Cantor i $f|\Omega(f)$ és expansiu. Definim $\mathcal{G}_\nu = \{f; \mathcal{M}_f^\nu$és compacte$\}$. Llavors provem:

1. Per a tot ν diferent de zero a $\mathbb{R}^n$, $\mathcal{G}_\nu$ és obert i dens a l'espai dels endomorfismes quadràtics (cada coordenada és un polinomi de grau dos) considerat amb la topologia natural que prové dels coeficients.

2. $\mathcal{H}_0$ és obert i els seus elements són estructuralment estables.

3. $\mathcal{G}_\nu$ no és obert.

4. $\mathcal{G}_\nu$ no és dens a l'espai d'endomorfismes C^2-convexos.

En molts dels casos les tècniques consisteixen a relacionar objectes dinàmicament definits (com varietats estables, foliacions, conques d'atracció) amb l'estructura geomètrica de les funcions coordenades de l'endomorfisme (conjunts de nivell, zeros de les derivades parcials).

- Alex Haro Provinciale va llegir la seva tesi, dirigida per Carles Simó Torres, titulada *La funció primitiva d'un simplectomorfisme exacte*, el dia 2 d'octubre de 1998. La tesi correspon al Departament de Matemàtica Aplicada i Anàlisi de la Universitat de Barcelona.

La tesi tracta diferents aspectes dels anomenats simplectomorfismes exactes, que apareixen de forma natural en mecànica analítica. La principal contribució és l'ús sistemàtic de la funció primitiva d'un simplectomorfisme exacte per a estudiar aquests tipus de sistemes dinàmics discrets. Les eines analítiques, geomètriques i numèriques utilitzades giren al voltant de les propietats d'aquesta funció. De fet, aquestes provenen de l'estructura geomètrica de l'espai de fase, donada per una forma d'acció.

Hem dividit la tesi en quatre parts.

Part I. *Geometria exactosimplèctica (introducció dels problemes).*

Aquesta part conté les eines bàsiques de la geometria simplèctica i planteja els quatre problemes que estudiarem a la tesi:
— el problema de determinació: encara que la funció primitiva d'un simplectomorfisme exacte és coneguda per molts autors com funció generatriu, de fet no genera el nostre simplectomorfisme!
— el problema d'interpolació: aconseguir un hamiltonià (depenent del temps) el flux del qual interpoli el nostre simplectomorfisme;
— el problema variacional: estendre els coneguts principis variacionals per òrbites i punts fixos a una classe més àmplia de simplectomorfismes (no només els fortament monòtons) i a una classe més àmplia d'espais de fase (no només l'estàndard);
— el problema del trencament de tors invariants: estudi de la teoria KAM inversa (de l'anglès, *Converse KAM Theory*).

Part II. *Sobre la varietat simplèctica estàndard (part analítica).*

Primer recordem les eines necessàries per treballar sobre la varietat simplèctica estàndard. Farem un tractament "coordenat" dels resultats. Primer de tot, relacionem els diferents tipus de funcions generatrius (si és que existeixen) amb la funció primitiva i desprès resolem formalment el problema de determinació. Llavors introduïm els diferents principis variacionals: per punts fixos, òrbites periòdiques i segments orbitals. La seva invariància respecte de certes transformacions a l'espai de fase és demostrada i interpretada físicament. Finalment, donem les propietats bàsiques dels grafs lagrangians invariants, pels quals també tenim principis variacionals. El resultat final és que si un graf es minimitzant llavors les seves òrbites són minimitzants. Això generalitza resultats de Mather i Herman.

Part III. *Sobre el fibrat cotangent (part geomètrica).*

Aquí fem un tractament intrínsec dels resultats, i treballem sobre un fibrat cotangent qualsevol (l'espai de fase de la mecànica analítica). Finalment, resolem el problema d'interpolació (dins la categoria analítica), al voltant de la secció zero d'un fibrat cotangent, que la suposem invariant (les mateixes condicions que al problema de determinació).

Part IV. *Aplicacions (part numèrica).*

L'última part la dediquem principalment a la teoria KAM inversa. Primer introduïm uns quants exemples que després seran objecte d'estudi. Llavors, generalitzem la *Converse KAM Theory* the MacKay, Meiss i Stark, i la relacionem amb la teoria "lipschitziana" de Birkhoff, Herman i Mather. Llavors, implementem una espècie de criteri de Greene amb caràcter variacional per detectar el trencament d'un tor invariant. Estudiem numèricament els conjunts d'Aubry-Mather en dimensió alta (> 2). Apliquem els nostres mètodes a les aplicacions simplèctiques quasiperiòdiques, com l'aplicació estàndard rotacional. Donem idees sobre les obstruccions geomètriques per l'existència de tors invariants, i les mostrem en un exemple més senzill. També obtenim les conegudes for-

mes normals al voltant de punts hiperbòlics i de tors invariants, mitjançant la simplificació de la funció primitiva. Finalment, expliquem com la nostra teoria podria ser estesa a foliacions lagrangianes arbitràries.

- Albert Castellet Llerena va llegir la seva tesi, dirigida per Federico Thomas Arroyo, titulada *Solving Inverse Kinematics Problems Using an Interval Method*, el dia 9 d'octubre de 1998. La tesi correspon a l'Institut de Robòtica i Informàtica Industrial, CSIC-UPC.

El principal objectiu d'aquesta tesi és establir una base teòrica que permeti resoldre problemes cinemàtics inversos mitjançant mètodes d'intervals.

La primera part de la tesi desenvolupa i formalitza una nova metodologia per a l'anàlisi de cadenes cinemàtiques espacials. Aquest enfocament es basa en l'estudi de la varietat d'automoviment del mecanisme esfèric ortogonal i en la seva relació amb el mecanisme de n-barres. El principal avantatge respecte a altres mètodes és la seva senzillesa i sobretot la seva generalitat, que permet el mateix tractament del problema per a qualsevol cadena cinemàtica, independentment del nombre d'elements o de la seva geometria.

En la segona part de la tesi s'estudia la utilització de mètodes d'intervals per a la resolució de problemes cinemàtics. En primer lloc s'ha fet un estudi exhaustiu dels mètodes d'intervals ja existents per a la resolució de sistemes d'equacions no lineals. Tot seguit es desenvolupen mètodes *ad hoc* per al nostre problema i per a les equacions de tancament generals obtingudes en la primera part.

En l'últim capítol es proposa un algoritme per a la resolució del problema cinemàtic invers basat en una combinació de mètodes d'intervals clàssics (mètodes de Newton) i els mètodes específics que s'han desenvolupat (talls directes i propagació d'intervals). L'algoritme està justificat amb detall, així com la seva implementació. Al final es presenten uns quants experiments amb resultats que avalen l'algoritme i es comparen amb altres mètodes.

La resolució del problema cinemàtic invers s'ha basat històricament en dos mètodes principalment: els mètodes d'eliminació i els de continuació. L'alternativa mitjançant un mètode d'intervals que es proposa té diversos avantatges clars respecte als altres mètodes: és general per a qualsevol cadena cinemàtica de llaç simple, troba totes les solucions, evita problemes numèrics i d'arrodoniment i és simple d'implementar. No obstant això, encara és més lent que els últims algoritmes basats en mètodes d'eliminació.

Cal destacar que es tracta del primer treball que utilitza mètodes d'intervals per a problemes relacionats amb la robòtica. Els resultats obtinguts permeten avançar que els mètodes d'intervals seran una alternativa als mètodes d'eliminació i continuació per a problemes cinemàtics en el futur.

- Xavier Puerta Coll va llegir la seva tesi, dirigida per Ferran Puerta Sales, titulada *Contribucions a l'estudi geomètric de sistemes lineals multivariables*, el dia 13 d'octubre de 1998. La tesi correspon al Departament de Matemàtica Aplicada I de la Universitat Politècnica de Catalunya.

Aquesta tesi resol tres tipus de problemes relacionats amb l'estudi, des d'un punt de vista geomètric, dels sistemes dinàmics lineals multivariables.

El primer problema, plantejat per Bru, Rodman i Schneider l'any 1991, és el següent: donat un endomorfisme sobre un espai vectorial de dimensió finita, caracteritzar els subespais invariants pels quals existeix una base que es pot estendre a una base de Jordan d'aquest endomorfisme. Aquest tipus de subespais, seguint la nomenclatura de Goberg, Lancaster i Rodman, se'n diuen marcats. Nosaltres en fem una caracterització en termes d'una filtració doble associada de forma natural a l'endomorfisme. La naturalesa geomètrica de la metodologia emprada permet considerar el cas de famílies d'endomorfismes parametritzats per una varietat diferenciable o complexa i generalitzar els resultats d'Evard i Guralnik sobre

conjugació global, adaptada a una família de subespais. Tanmateix, la solució d'aquest problema dóna una solució parcial a un problema obert clàssic de la teoria de representacions de grafs, que és el de classificar els subespais invariants per un endomorfisme.

Donat un sistema lineal multivariable, el segon problema consisteix en l'obtenció, per mètodes geomètrics, dels elements dels grups de transformació que redueixen el sistema a la forma canònica de Kronecker-Molinari i que corresponen a: canvis lineals de les variables d'estat, d'entrada i de sortida, reglamentacions i injeccions de sortides. Els elements clau que aportem per a la resolució d'aquest problema són una descomposició canònica de l'espai d'estats i la introducció d'unes graduacions d'uns objectes geomètrics introduïts per Molinari en la seva interpretació dels invariants estructurals del sistema en termes físics. A partir d'aquests graduats construïm un algorisme per a trobar bases canòniques del sistema. Novament aquesta metodologia permet globalitzar les transformacions quan els coeficients del sistema depenen diferenciablement o analíticament de paràmetres.

El tercer problema consisteix a generalitzar el treball de Shayman sobre l'estructura topològica i diferenciable dels subespais invariants d'un endomorfisme, al context dels subespais (A,B)-invariants, que apareixen de forma natural en considerar subsistemes d'un sistema lineal multivariable. La consideració de bases canòniques per la restricció del sistema sobre els subespais permet considerar una partició d'aquest conjunt d'acord amb els corresponents invariants de Kronecker i dotar cada part d'una estructura d'espai homogeni. Aleshores es demostra que l'estructura diferenciable és la induïda per la d'una grassmaniana i a través de la construcció de dos fibrats vectorials es prova que l'esmentada partició és una estratificació connexa i s'obté la dimensió dels estrats.

El **Notícies** ha de servir, a més de donar puntual compliment de les activitats de la SCM, com a nexe d'unió entre tots els matemàtics catalans. Per tal que això sigui possible ens cal la vostra col·laboració en qualsevol de les nostres seccions: ensenyament, articles d'opinió, problemes, tesis, etc.

Pots enviar les teves col·laboracins per correu ordinari a la secretaria de la SCM o per correu electrònic a Agustí Reventós a l'adreça: `agusti@mat.uab.es`

T'animem un cop més a participar-hi!